תרגיל בית סמינר בתורת המספרים 1

31 באוקטובר 2018

שאלה 1

בצעו חלוקה עם שארית, כלומר כתבו

$$f = qg + r$$

כאשר

$$deg\,(r) < deg\,(g)$$

במקרים הבאים:

1.	$F = \mathbb{Z}_5$	$f\,(x) = x^2 + 2x - 1$	$g\,(x) = x + 3$
2.	$F = \mathbb{Z}_3$	$f\,(x) = x^3 + 2x + 1$	$g\,(x) = 2x + 1$

שאלה 2

מצאו את $gcd\,(f, g)$ במקרים הבאים:

1.	$F = \mathbb{Z}_3$	$f\,(x) = x^3 + x + 1$	$g\,(x) = x + 2$
2.	$F = \mathbb{Z}_5$	$f\,(x) = x^2 - x + 3$	$g\,(x) = x^2 + 3x$

שאלה 3

פרקו את הפולינומים הבאים למכפלת אי פריקים:

1.	$F = \mathbb{Z}_5$	$f\,(x) = x^2 + 2x + 1$
2.	$F = \mathbb{Z}_3$	$f\,(x) = x^3 + x^2 + 2x$

שאלה 4

מעל השדה

$$F = \mathbb{Z}_3$$

מצא פולינום כבמשפט השאריות הסיני $f(x)$ כך שעבור

$$m_1 = x^2 + 1$$
$$m_2 = x + 1$$

מתקיים

1. $f(x) \equiv x + 1 \qquad (m_1)$
2. $f(x) \equiv 2 \qquad (m_2)$

שאלה 5

מעל השדה

$$F = \mathbb{Z}_3$$

מצאו הופכי ל־$x + 2$ מודולו $x^2 + x$, כלומר $a(x)$ כך ש־

$$a(x)(x + 2) \equiv 1 \left(x^2 + x\right)$$